（調査研究報告書）

少子高齢化社会における年金制度の維持可能性に関する理論研究

上口晃（近畿大学部経済学部准教授）

1 はじめに

本研究は，賦課方式の年金制度を採用する政府を分析対象とし，少子高齢化という人口動態を考慮する際に，政府はどのような政策を行うことにより，一人当たりの年金給付額を減額することなく，年金制度を維持できるかということを理論的に示すことを目的としている。

Fenge and Meier (2005)は，イタリア，日本，ドイツ，スペインといった国では，少子化の影響により，年金保険料が不足する可能性があることを示唆している。また，これらの国において，少子化の進展とともに年金保険料の総納付額が減少するのならば，賦課方式の年金制度を維持することは困難になると指摘している。なぜならば，高齢化した社会において賦課方式の年金制度を維持するためには，労働世代の家計が納付する年金保険料がより多く必要となるからである。Cigno (1993), Sinn (2004)をはじめとした理論的な研究において，少子化は年金制度の維持可能性に対して負の影響を与えることが示されている。Cigno (1993)は，第二次世界大戦後の工業化に伴う少子化の進展は，年金システム，特に賦課方式の年金制度の維持可能性の問題を顕在化させたことを指摘している。また，Cigno and Rosati (1996)は，ドイツ，イタリア，イギリス，アメリカのデータを用いて実証的に，少子化は年金制度の維持可能性に対して負の影響を与えることを示している。他方で，政府が賦課方式の年金制度を運用することが出生率を引き下げていることを示唆する研究もある。van Groezen et al. (2003)は，政府が賦課方式の年金制度を運用している経済を分析対象としている。彼らの分析結果は，出生率を内生化した分権経済において，出生率は社会的に望ましい水準よりも低くなることを示している。この結果は，賦課方式を採用する経済における政府は，育児補助手当などの出生率を上昇させるための政策を適切に行うことによって，年金制度を維持していく必要があることを示唆している。Boeri et al. (2001)は，ヨーロッパ諸国

において，政府支出に占める社会保障費の割合が高いことを指摘した上で，少子高齢化社会において，どのように年金財政を維持するべきかという問題を取り扱っている。人口が増えている経済，または一定の経済であれば賦課方式の年金制度は十分に機能するが，人口が減少している経済においては，長期的に以下の三つのうちのどれかを政府が政策として実行するべきであるとしている。(1)労働者の年金保険料を引き上げる，(2)政府は増税を行い，税収を増やす政策を行う，(3)年金給付額を削減する。このような政策を行わない政府は年金財政の維持可能性の問題に直面する可能性があることを問題提起している。

これらの先行研究での指摘を鑑みれば，賦課方式の年金制度を採用しており，少子化の進展が予想される国においては，年金制度を維持するための政策が必要と言える。このような背景を考慮し，本研究では，政府はどのような政策を行うことにより，引退期の家計一人当たりの年金給付額を減らすことなく，年金制度を維持できるかということを示すことを目的としている。本研究では，生産部門について，消費財の生産部門と教育部門の二部門を考慮した三期間の世代重複モデルを用いた分析を行う。家計は生涯の第一期に公的教育を受動的に受ける。教育を受けることにより，二期目の人的資本の水準が形成されると考える。二期目は労働期であり，家計は一単位の労働供給を非弾力的に供給する。三期目は引退期であり，公的年金の給付を受ける一方で，遺産動機は考慮しない。家計は第一期目に教育を受けることによって蓄積した人的資本の水準に応じて，第二期目の労働期に効率的な労働を供給し，第二期目に行った貯蓄に利子率を乗じた分と公的年金の給付金をもとにして，引退期の消費を行うと考える。

賦課方式の年金制度を運用する経済において引退期の世代の一人当たりの年金給付額に着目した研究には，Fanti and Gori (2012)や Cipriani (2014)がある。Fanti and Gori (2012)は，企業の生産関数における資本集約率の値が 1/2 を超える場合や，出生率の水準が高い経済においては，少子化の進展は，一人当たりの年金給付額を増やす可能性があることを示した。Fanti and Gori (2012)の研究では，出生率が外生的に与えられる経済を分析対象としていたが，Cipriani (2014)は，出生率が外生的に与えられる場合と，家計が内生的に出生率を決定する場合とを分析対象としている。分析の結果，Cipriani (2014)は，家計の高齢化が進展することによって，一人当たりの年金給付額が減少することを理論的に示している。しかし，それらの先行研究の分析では人的資本の蓄積については考慮されていない。人的資本の蓄積効果を賦課方式の年金制度のもとで分析した研究に，Zhang (1995)がある。Zhang (1995)の研究は，少子化が進展したとしても親世代の家計が子世代に対しての教育投資を十分行う場合には，人的資本の蓄積によって一人当たり所得の水準が上昇し，経済成長率を引き上げる効果をもたらす可能性があることを示しているが，そこでの分析においては家計の高齢化について考慮されていない。Cipriani (2014)の結論にしたがえば，高齢化の

進展に直面する経済の政府は，一人当たりの年金給付額を減額することなく，年金制度を維持することはできない。しかし，Zhang (1995)の研究で示されたように，人的資本の蓄積が進めば経済成長率が上昇し，一人当たりの所得が増加する可能性がある。もしその場合に，労働世代の家計が納める年金保険料の額が増加するのであれば，政府は一人当たりの年金給付額を減額することなく，年金制度を維持できると考えられる。[1]

この仮説を検証するため，本研究では，少子高齢化社会における一人当たりの年金給付額について，人的資本の蓄積を考慮した理論分析を行う。具体的には，政府は労働所得税収による歳入を老年世代への年金給付のみに用いるのではなく，公的な教育投資へも支出を行う経済を仮定した分析を行う。[2]政府が公的な教育投資を行い，家計の人的資本の蓄積を促す政策を行うのであれば，労働生産性が上昇し，少子化のもとでも消費財の生産が効率的に行われることによって，GDP が拡大し，政府の税収が増大する可能性が考えられる。政府の税収が増大するならば，社会保障に充てる財源を増やす余地が生まれるだろう。このとき，人口の高齢化が進展したとしても，一人当たりの年金給付額を減らすことなく，賦課方式の年金制度を維持できるのではないだろうか。この問いに対して解答を付すため，Fanti and Gori (2012)や Cipriani (2014)といった先行研究とは異なり，本研究では政府の行う教育政策が人的資本の蓄積を通して，一人当たりの年金額に対してどのような影響を与えるかという点を分析するのである。主な分析の結果は次の二つである。第一に，出生率が外生的に与えられる場合と内生的に決定される場合の双方において，人的資本ストックの水準が高いほど，一人当たりの年金給付額が多くなる。第二に，人的資本の蓄積が進むほど，経済成長率が高くなり，政府の税収が増加する。これらの結果は，人的資本が蓄積することによって一人当たりの年金給付額が増える効果が，家計の高齢化によって一人当たりの年金給付額が減る効果を上回るのであれば，高齢化社会においても，政府は一人当たりの年金給付額を減額することなく，賦課方式の年金制度を維持できることを示唆している。

その理由は次のとおりである。人的資本が蓄積することによって，労働期の家計はより効率的に働けるようになる。つまり，労働の生産性が向上するのである。人的資本

---

[1] 人的資本の蓄積と公的年金との関連については，Kaganovich and Zilcha (1999), Glomm and Kaganovich (2003), Glomm and Kaganovich (2008), Omori (2009), Kaganovich and Meier (2012)を参考にされたい。

[2] Cipriani (2012)は人的資本の蓄積を考慮し，家計が労働期における自らの学習時間を増やすことが，年金給付額を増やすことを示している。しかし，公的な教育投資については考慮されず，出生率が外生的に与えられると仮定されているため，政府の行う教育投資による人的資本の蓄積が出生率や一人当たりの年金給付額に与える影響を明らかにするには至っていない。

の蓄積によって労働者の生産性が向上すれば，経済全体での産出量が増加し，家計の稼得所得が増えるだろう。政府は家計に対して労働所得税を課すことによって歳入を賄っていると考えれば，課税ベースの水準が高くなるだろう。このことは，政府が同じ所得税率を家計に課したとしても，家計の納税額が増加することによって，政府の税収が増えることを意味している。したがって，一人当たりの年金給付額は人的資本の蓄積によって増えると考えられる。本研究では，政府は税収による歳入の使途を，公的な教育投資もしくは年金給付に対して用いると仮定する。このとき，限られた税収の範囲で政府は政策を行うため，仮に公的な教育投資への支出を増やす場合，短期的には年金給付への支出が減額されることによって，家計一人当たりの年金給付額は減ることが考えられる。しかしながら，長期的な視野に立った場合，政府が公的な教育投資への支出を増やすことは人的資本の蓄積を促し，それが労働者の生産性を高めることによって納税額を増やし，一人当たりの年金給付額を増やす効果が現れるのである。

本研究の構成は以下の通りである。次章では，出生率が外生的に与えられる場合を想定したモデル分析を行う。第三章では，出生率が内生的に与えられる場合を想定したモデル分析を行う。第四章では，経済成長率に対する政策効果を分析する。第五章は結論である。

2. 基本モデル（出生率が外生的に与えられる場合）

2.1 家計

本研究では，3 期（教育期，労働期，引退期）の世代重複モデルを用いて分析を行う。家計は同質であり，各期の消費から効用を得るとする。出生率は外生的にnで与えられると仮定する。N_tはt期における人口を表すとするならば，出生率は外生的にnで与えられるため，t期の人口とt-1期の人口との間に$N_t = nN_{t-1}$の関係が成立する。したがって，人口成長率は$n = N_t/N_{t-1}$と書くことができる。以下では，t-1期に生まれた世代t-1の生涯を分析対象とする。t-1期に生まれた家計は，第一期に公的教育を受動的に受ける。教育を受けることにより，二期目の人的資本の水準h_tが形成されると考える。二期目は労働期であり，三期目は引退期である。家計は労働期および引退期の消費から効用を得るとし，家計の効用関数を次のように仮定する。

$$\boldsymbol{U_t = \ln c_t^y + \beta\pi \ln c_{t+1}^o} \tag{1}$$

c_t^yおよびc_{t+1}^oはそれぞれ，労働期および引退期の消費水準を表す。$0 < \beta < 1$は主観的割引率の逆数であり，$0 < \pi < 1$は家計が二期目に生存する確率を表している。家計は若年期に 1 単位の労働を非弾力的に供給する。労働を供給することで得られた賃金w_tは消費c_t^yおよび子育ての費用qnw_th_t，または貯蓄s_tに用いられると考える。また，引退期には利子率を乗じた若年期の貯蓄を消費に充てると考え，遺産動機は考慮しない。労働期および引退期における各家計の予算制約式は，それぞれ，次で

与えられる。

$$c_t^y = (1-\tau)w_t h_t - qnw_t h_t - s_t \tag{2}$$

$$c_{t+1}^o = \frac{R_{t+1}s_t}{\pi} + p_{t+1} \tag{3}$$

τは所得税率の水準を表し，h_tはｔ期におけるストックの人的資本の水準を表す。R_tはｔ 期における利子率の水準である。q は子供を育てる際に必要な費用を表し，子育てをすることによって発生する逸失所得$qnw_t h_t$を子育ての費用と考える[3]。家計はいつ死亡するか不確実であるため，リスク中立的な保険に加入すると考える。

子世代の t+1 期における一人当たりの人的資本の水準h_{t+1}は，親世代の家計の労働期における人的資本の水準h_tと公的な教育投資の水準によって蓄積されると考える。本研究では，以下のように人的資本の蓄積方程式を仮定する。

$$h_{t+1} = e_t^{\theta} h_t^{1-\theta} \tag{4}$$

e_tは公的な教育投資の水準を表し，政府は税収の一部を教育投資に対して拠出すると考える。なお，$0 < \theta < 1$は人的資本の蓄積に対する公的な教育投資が与える影響の弾力性を表す。家計の効用最大化問題について，(1)式の効用関数を(2)，(3)式の予算制約式のもとで最大化することにより，以下の消費関数と貯蓄関数が導出される。

$$\boldsymbol{c_t^y = \frac{(1-\tau-qn)w_t h_t}{1+\pi\beta}} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{c_{t+1}^o = \frac{\beta(1-\tau-qn)w_t h_t R_{t+1}}{1+\pi\beta}} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{s_t = \frac{\beta(1-\tau-qn)w_t h_t}{\frac{1}{\pi}+\beta} - \frac{\pi p_{t+1}}{\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right)R_{t+1}}} \tag{7}$$

2.2 企業

各期において，競争的企業は物的資本と労働を投入要素として，消費財を生産し，規模に関して収穫一定の生産関数を仮定する。ｔ 期における企業の生産関数は次式で与えられる。

$$\boldsymbol{Y_t = K_t^{\varepsilon} L_t^{1-\varepsilon}} \tag{8}$$

Y_tはｔ期における生産量を表し，K_tはｔ期における物的資本を表す。ε は物的資本の分配率を表す。効率単位で測ったｔ期における労働L_tは次のようになる。

$$\boldsymbol{L_t = h_t N_t} \tag{9}$$

---

[3] 子育て費用の考え方については，Wigger (1999), Boldrin and Jones (2002), Fanti and Gori (2012), Cipriani (2014)を参照されたい。

一人当たりの生産量を$y_t = Y_t/N_t$一人当たりの物的資本を$k_t = K_t/N_t$ とするならば，(9)式を(8)式に代入することで，次式を得る。

$$\boldsymbol{y_t = k_t^{\varepsilon} h_t^{1-\varepsilon}} \tag{10}$$

要素市場が完全競争であると仮定すると，t 期における代表的企業単位での利子率R_tと賃金率w_tは物的資本および労働力の投入要素の限界生産力に一致するため，利子率および賃金率はそれぞれ次のようになる。

$$\boldsymbol{R_t = \varepsilon\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon-1}} \tag{11}$$

$$\boldsymbol{w_t = (1-\varepsilon)\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon}} \tag{12}$$

2.3 政府

各期において，政府は労働世代の家計から労働所得税を徴収することで歳入を確保し，教育投資と賦課方式にもとづいた年金給付に対して歳出を行う。政府の予算制約式を次式のように仮定する。

$$\tau w_t h_t N_t = e_t N_t + \pi p_t N_{t-1} \tag{13}$$

政府は税収のうち，η の割合を教育投資に対して拠出し，1-η の割合を年金の給付に対して拠出すると考える。なお，$0 < \eta < 1$を仮定する。この仮定を用いることにより，公的な教育投資の水準は次のように書くことができる。

$$e_t = \eta\tau\, w_t h_t \tag{14}$$

他方で，年金給付への拠出については次のように書くことができる。

$$p_t = \frac{(1-\eta)\tau\, w_t h_t n}{\pi} \tag{15}$$

2.4 動学体系

この経済では，物的資本と人的資本が蓄積する。人的資本に関しては，(4)式で仮定した人的資本の蓄積方程式にしたがって蓄積すると考える。他方で，物的資本の蓄積は資本市場の均衡式にしたがって行われる。家計が今期貯蓄として保有する資本量と来期に企業が需要する資本量とが均衡することによって，物的資本が蓄積するのである。資本市場の均衡式$K_{t+1} = S_t$の両辺をN_{t+1}で除し，人口成長率の関係式$n = N_{t+1}/N_t$を用いることにより，家計一人当たりで表した資本市場の均衡式は次のようになる。

$$n k_{t+1} = s_t \tag{16}$$

(16)式に貯蓄関数(7)式を代入することで，次式を得る。

$$k_{t+1} = \frac{\beta\pi(1-\tau-qn)w_t h_t R_{t+1} - (1-\eta)\tau n w_{t+1} h_{t+1}}{\pi n\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right) R_{t+1}} \tag{17}$$

(17)式を人的資本の蓄積方程式(4)式で除し，(11)式－(15)式を使って整理することによって，次式を得る。

$$n\left[\pi\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right)\varepsilon + \tau(1-\eta)(1-\varepsilon)\right]\left(\frac{k_{t+1}}{h_{t+1}}\right)^{\varepsilon} = \frac{\beta\varepsilon\pi(1-\tau-qn)(1-\varepsilon)\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon(1-\theta)}}{\eta^{\theta}\tau^{\theta}(1-\varepsilon)^{\theta}}\left(\frac{k_{t+1}}{h_{t+1}}\right)^{\varepsilon-1} \tag{18}$$

ここで，$v_t \equiv k_t/h_t$と定義することで(18)式を次のように書き直すことができる。

$$v_{t+1} = \frac{\beta\varepsilon\pi(1-\tau-qn)(1-\varepsilon)^{1-\theta}}{n\left[\pi\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right)\varepsilon + \tau(1-\eta)(1-\varepsilon)\right]\eta^{\theta}\tau^{\theta}} v_t^{\varepsilon(1-\theta)} \tag{19}$$

(19)式において，$\varepsilon(1-\theta)$の値が 1 未満であるため，経済には一意で安定的な均衡が存在する。なお，$1-\tau-qn > 0$が成立するとする。また，(17)式を用いることで，物的資本の遷移式を次のように表せる。

$$\frac{k_{t+1}}{k_t} = \frac{\beta\pi(1-\tau-qn)(1-\varepsilon)}{n\left[\pi\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right) + \tau(1-\eta)\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right]}\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon-1} \tag{20}$$

(4)式および(20)式を用いて$k_{t+1}/k_t = h_{t+1}/h_t$を成立させる$v_t \equiv k_t/h_t$の水準を導出する。

$$v_t = \frac{k_t}{h_t} = \left[\frac{\beta\pi(1-\tau-qn)(1-\varepsilon)}{\eta^{\theta}\tau^{\theta}(1-\varepsilon)^{\theta} n\left[\pi\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right) + \tau(1-\eta)\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right]}\right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon\theta}} > 0 \tag{21}$$

$v_t \equiv k_t/h_t$が(21)式の値を取る場合に，$k_{t+1}/k_t = h_{t+1}/h_t$が成立する。以下では，経済に安定な均衡が存在すると仮定した上で，分析を行う。(19)式を用いることで，v_tの均衡値，すなわち$v^* \equiv k^*/h^*$は次のようになる。なお，アスタリスクは各変数の定常均衡における値を示す。

$$v^* = \frac{k^*}{h^*} = \left[\frac{\beta\varepsilon\pi(1-\tau-qn)(1-\varepsilon)^{1-\theta}}{\left[\pi\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right)\varepsilon + \tau(1-\eta)(1-\varepsilon)\right]\eta^{\theta}\tau^{\theta}}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon(1-\theta)}} n^{-\frac{1}{1-\varepsilon(1-\theta)}} \tag{22}$$

2.5. 比較静学

(15)式を用いて，定常均衡における一人当たりの年金給付額を導出する。(15)式および(22)式を用いることで，定常均衡における一人当たりの年金給付額は次のようになる。

$$p^{*}=\frac{\tau(1-\eta)(1-\varepsilon)}{\pi}\left[\frac{\beta\varepsilon\pi(1-\tau-qn)(1-\varepsilon)^{1-\theta}}{\left[\pi\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right)\varepsilon+\tau(1-\eta)(1-\varepsilon)\right]\eta^{\theta}\tau^{\theta}}\right]^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon(1-\theta)}} n^{1-\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon(1-\theta)}}h^{*} \quad (23)$$

(23)式を用いて，出生率の上昇は，一人当たりの年金給付額に対してどのような影響を与えるかを分析する。(23)式を n で微分することで，次式を得る。

$$\frac{\partial p^{*}}{\partial n}=\frac{\tau(1-\eta)(1-\varepsilon)h^{*}}{\pi(1-\varepsilon(1-\theta))}\left[\frac{\beta\varepsilon\pi(1-\tau-qn)(1-\varepsilon)^{1-\theta}}{n\left[\pi\left(\frac{1}{\pi}+\beta\right)\varepsilon+\tau(1-\eta)(1-\varepsilon)\right]\eta^{\theta}\tau^{\theta}}\right]^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon(1-\theta)}}\left[\frac{(1-\varepsilon(1-\theta)-\varepsilon)(1-\tau)-\left(1-\varepsilon(1-\theta)\right)qn}{1-\tau-qn}\right] \quad (24)$$

(24)式より，$1-\tau-qn$の値が正であるならば，出生率が上昇することが一人当たりの年金給付額に与える影響は，次のようになる。

$$\frac{\partial p^{*}}{\partial n}\lessgtr 0 \leftrightarrow n \gtrless \frac{(1-2\varepsilon+\varepsilon\theta)(1-\tau)}{\left(1-\varepsilon(1-\theta)\right)q} \quad (25)$$

(25)式より，資本集約率について$\varepsilon>1/(2-\theta)$が成立する場合には，出生率の低下は一人当たりの年金額を増やす効果を持つことが分かる。このことから，$\partial p^{*}/\partial n<0$となるための資本集約率の閾値の水準は Fanti and Gori (2012)の水準よりも高くなることが分かる。その理由は次のとおりである。本研究では，人的資本の蓄積を考慮しているため，仮に労働力人口が減少した場合，人的資本の蓄積を考慮しない経済と比較して，企業の生産高を大きく減らすことになるだろう。このとき，企業の生産高の減少に伴って家計の一人当たり所得は減少すると考えられる。このことは所得税の課税ベースが減少することを意味するため，一人当たりの年金給付額を低下させる効果を持つ。しかしながら，資本集約率が高い場合においては，企業は労働力よりも資本に依存し，最終財を生産するであろう。この場合，たとえ人的資本の蓄積を考慮したとしても，労働力人口の低下がもたらす企業の生産高の減少分は，資本集約率の水準が低い場合と比較して，相対的に少なくなると考えられる。それゆえ，本研究において出生率が外生的に与えられる場合には，Fanti and Gori (2012)で得られた資本集約率の水準よりも高い場合に，出生率の低下が一人当たりの年金額を増やす効果を持つのである。また，資本集約率について$0<\varepsilon<1/(2-\theta)$が成立するならば，(25)式より，出生率の水準が十分高い場合に，出生率の低下は一人当たりの年金額を増やす効果を持つ。他方で，(23)式より，Cipriani (2014)と同様に，二期目の生存確率 π の水準が上昇した場合，すなわち人口が高齢化したならば，一人当たりの年金給付額は減少する。しかしながら，同様に(23)式から，人的資本の蓄積は一人当たりの年金給付額を増加

させる効果を持つことが分かる。この結果は，先行研究と異なり，後者の効果が前者の効果を上回る場合には，たとえ人口の高齢化が進んだとしても，一人当たりの年金額は増加することを示唆している。

3. 基本モデル（出生率が内生的に与えられる場合）

3.1 家計

本章では，前章と同様に 3 期（教育期，労働期，引退期）の世代重複モデルを用いて分析を行う。家計は同質であり，各期の消費から効用を得るとする。出生率は前章での分析とは異なり，家計が内生的に決定すると仮定する。N_tは t 期における人口を表す。出生率は労働期の家計によって内生的にn_tと決定されるとする。このとき，t 期の人口と t−1 期の人口との間に$N_t = n_t N_{t-1}$の関係が成立する。したがって，人口成長率は$n_t = N_t / N_{t-1}$と書くことができる。以下では，前章と同様に t-1 期に生まれた世代 t−1 の生涯を分析対象とする。t−1 期に生まれた家計は，第一期に公的教育を受動的に受ける。教育を受けることにより，二期目の人的資本の水準h_tが形成されると考える。二期目は労働期であり，三期目は引退期である。家計は労働期および引退期の消費および子供の数から効用を得るとし，家計の効用関数を次のように仮定する。

$$\boldsymbol{U_t = \ln c_t^y + \beta\pi \ln c_{t+1}^o + \varphi \ln n_t} \qquad (26)$$

$0 < \varphi < 1$は子供の数に対する選好を表すパラメーターである。前章と同様に，家計は若年期に 1 単位の労働を非弾力的に供給すると仮定する。労働を供給することで得られた賃金w_tは消費c_t^yおよび子育ての費用$q n_t w_t h_t$，または貯蓄s_tに用いられると考える。前章と同様に，子育てをすることによって発生する逸失所得$q n_t w_t h_t$を子育ての費用と考える。また，引退期には利子率を乗じた若年期の貯蓄を消費に充てると考え，遺産動機は考慮しない。労働期および引退期における各家計の予算制約式は，それぞれ，次で与えられる。

$$c_t^y = (1-\tau) w_t h_t - q n_t w_t h_t - s_t \qquad (27)$$

$$c_{t+1}^o = \frac{R_{t+1} s_t}{\pi} + p_{t+1} \qquad (28)$$

前章と同様に，家計はいつ死亡するか不確実であるため，リスク中立的な保険に加入すると考える。前章と同様に，子世代の t+1 期における一人当たりの人的資本の水準h_{t+1}は，親世代の家計の労働期における人的資本の水準h_tと公的な教育投資の水準e_tによって蓄積されると考え，(4)式のように人的資本の蓄積方程式を仮定し，前章と同様に，政府は税収の一部を教育投資に対して拠出すると考える。家計の効用最大化問題について，(26)式の効用関数を(27)，(28)式の予算制約式のもとで最大化することにより，以下のように消費関数，子供の数および貯蓄関数が導出される。

$$c_t^y = \frac{(1-\tau-qn_t)w_t h_t R_{t+1} + \varphi\pi p_{t+1}}{(1+\beta\pi)R_{t+1}} \tag{29}$$

$$c_{t+1}^o = \frac{\beta[(1-\tau-qn_t)w_t h_t R_{t+1} + \varphi\pi p_{t+1}]}{1+\beta\pi} \tag{30}$$

$$n_t = \frac{\varphi\pi p_{t+1} + \varphi(1-\tau)w_t h_t R_{t+1}}{(1+\beta\pi+\varphi)q w_t h_t R_{t+1}} \tag{31}$$

$$s_t = \frac{\beta\pi(1-\tau)w_t h_t R_{t+1} - (1+\varphi)\pi p_{t+1}}{(1+\beta\pi+\varphi)R_{t+1}} \tag{32}$$

3.2 企業

前章と同様に，各期において，競争的企業は物的資本と労働を投入要素として，消費財を生産し，規模に関して収穫一定の生産関数を仮定する。t 期における企業の生産関数は次式で与えられる。

$$Y_t = K_t^{\varepsilon} L_t^{1-\varepsilon} \tag{33}$$

前章と同様に，効率単位で測った t 期における労働L_t は次のようになる。

$$L_t = h_t N_t \tag{34}$$

一人当たりの生産量を$y_t = Y_t/N_t$一人当たりの物的資本を$k_t = K_t/N_t$ とするならば，(34)式を(33)式に代入することで，次式を得る。

$$y_t = k_t^{\varepsilon} h_t^{1-\varepsilon} \tag{35}$$

要素市場が完全競争であると仮定すると，t 期における代表的企業単位での利子率と賃金率は物的資本および労働力の投入要素の限界生産力に一致するため，利子率および賃金率はそれぞれ次のようになる。

$$R_t = \varepsilon\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon-1} \tag{36}$$

$$w_t = (1-\varepsilon)\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon} \tag{37}$$

3.3 政府

前章と同様に，各期において，政府は労働世代の家計から労働所得税を徴収することで歳入を確保し，教育投資と賦課方式にもとづいた年金給付に対して歳出を行う。政府の予算制約式を次式のように仮定する。

$$\tau w_t h_t N_t = e_t N_t + \pi p_t N_{t-1} \tag{38}$$

政府は税収のうち，η の割合を教育投資に対して拠出し，1- η の割合を年金の給付に対して拠出すると考える。なお，$0 < \eta < 1$を仮定する。この仮定を用いることにより，公的な教育投資の水準は次のように書くことができる。

$$e_t = \eta\tau\, w_t h_t \tag{39}$$

他方で，年金給付への拠出については次のように書くことができる。

$$p_t = \frac{(1-\eta)\tau w_t h_t n_t}{\pi} \tag{40}$$

3.4 動学体系

前章と同様に，物的資本と人的資本が蓄積する経済を考える。人的資本に関しては，(4)式で仮定した人的資本の蓄積方程式にしたがって蓄積すると考える。他方で，物的資本の蓄積は資本市場の均衡式にしたがって行われる。家計が今期貯蓄として保有する資本量と来期に企業が需要する資本量とが均衡することによって，物的資本が蓄積するのである。資本市場の均衡式$K_{t+1} = S_t$の両辺をN_{t+1}で除し，人口成長率の関係式$n_t = N_{t+1}/N_t$を用いることにより，家計一人当たりで表した資本市場の均衡式は次のようになる。

$$n_t k_{t+1} = s_t \tag{41}$$

(41)式に貯蓄関数(32)式を代入することで，次式を得る。

$$k_{t+1} = \frac{\beta\pi q w_t h_t R_{t+1} - \varphi(1-\eta)\tau w_{t+1} h_{t+1}}{\varphi R_{t+1}} \tag{42}$$

(42)式を人的資本の蓄積方程式(4)式で除し，(36)式－(40)式を使って整理することによって，次式を得る。

$$\varphi[1-\eta(1-\varepsilon)]\left(\frac{k_{t+1}}{h_{t+1}}\right)^{\varepsilon} = \frac{\beta\varepsilon\pi q(1-\varepsilon)^{1-\theta}\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{(1-\theta)\varepsilon}}{\eta^{\theta}\tau^{\theta}}\left(\frac{k_{t+1}}{h_{t+1}}\right)^{\varepsilon-1} \tag{43}$$

ここで，$v_t \equiv k_t/h_t$と定義することで(43)式を次のように書き直すことができる。

$$v_{t+1} = \frac{\beta\varepsilon\pi q(1-\varepsilon)^{1-\theta}}{\varphi[1-\eta(1-\varepsilon)]\eta^{\theta}\tau^{\theta}} {v_t}^{\varepsilon(1-\theta)} \tag{44}$$

(44)式において，$\varepsilon(1-\theta)$の値が 1 未満であるため，経済には一意で安定的な均衡が存在する。 また，(42)式を用いることで，物的資本の遷移式を次のように表せる。

$$\frac{k_{t+1}}{k_t} = \frac{\beta\pi q(1-\varepsilon)}{\varphi\left[1+\frac{\tau(1-\eta)(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\right]}\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon-1} \tag{45}$$

(4)式および(45)式を用いて$k_{t+1}/k_t = h_{t+1}/h_t$を成立させる$v_t \equiv k_t/h_t$の水準を導出する。

$$v_t = \frac{k_t}{h_t} = \left[\frac{\beta\pi q(1-\varepsilon)}{\eta^{\theta}\tau^{\theta}(1-\varepsilon)^{\theta}\varphi\left[1+\frac{\tau(1-\eta)(1-\varepsilon)}{\varepsilon}\right]}\right]^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon\theta}} > 0 \tag{46}$$

$v_t \equiv k_t/h_t$が(46)式の値を取る場合に，$k_{t+1}/k_t = h_{t+1}/h_t$が成立する。以下では，経済に安定な均衡が存在すると仮定した上で，分析を行う。(44)式を用いることで，v_tの均衡値，すなわち$v^* \equiv k^*/h^*$は次のようになる。

$$v^* = \frac{k^*}{h^*} = \left[\frac{\beta \varepsilon \pi q(1-\varepsilon)^{1-\theta}}{\varphi[1-\eta(1-\varepsilon)]\eta^\theta \tau^\theta}\right]^{\frac{1}{1-\varepsilon(1-\theta)}} \tag{47}$$

3.5. 比較静学

(40)式を用いて，定常均衡における一人当たりの年金給付額を導出する。(31)式に(40)式を代入し，分母と分子を$w_t h_t$で除すことで，次式を得る。

$$n_t = \frac{\varphi(1-\tau)R_{t+1}}{(1+\beta\pi+\varphi)qR_{t+1} - \varphi(1-\eta)\tau \frac{w_{t+1}}{w_t} e_t^\theta h_t^{-\theta}} \tag{48}$$

経済に安定な均衡が存在するとするならば，(48)式を用いることにより，定常均衡における出生率は次のようになる。なお，(4)式，(37)式および(39)式より，$h_{t+1}/h_t = e_t^\theta h_t^{-\theta} = \eta^\theta \tau^\theta (1-\varepsilon)^\theta y_t^\theta / h_t^\theta$が成立し，定常均衡では$w_t = w_{t+1} = w^*$が成立するとする。

$$n^* = \frac{\varphi(1-\tau)}{(1+\beta\pi+\varphi)q - \varphi(1-\eta)\eta^\theta \tau^{1+\theta}(1-\varepsilon)^\theta \frac{k^*(h^*)^{-\theta}}{\varepsilon(y^*)^{1-\theta}}} \tag{49}$$

$$n^* = \frac{\varphi(1-\tau)}{(1+\beta\pi+\varphi)q - (1-\eta)\tau \frac{\beta\pi q(1-\varepsilon)}{1-\eta(1-\varepsilon)}}$$

(49)式は，人的資本の蓄積が進むことにより，出生率が低下することを示している。その理由は次のとおりである。人的資本を十分に蓄積した家計の効率労働単位で見た稼得所得は，人的資本が蓄積していない場合に比べて多くなる。したがって，人的資本を十分に蓄積した家計が子育てをすることによって生じる逸失所得の水準が大きくなり，子育て費用が相対的に上昇することが，人的資本の蓄積が出生率の低下を引き起こす要因となるのである。(40)式に(37)式および(49)式を代入することで，定常均衡における一人当たりの年金給付額は次のようになる。

$$p^* = \frac{\varphi(1-\eta)\tau(1-\tau)(1-\varepsilon)\left(\frac{k^*}{h^*}\right)^\varepsilon h^*}{\pi\left[(1+\beta\pi+\varphi)q - \varphi(1-\eta)\eta^\theta\tau^{1+\theta}\frac{(1-\varepsilon)^\theta}{\varepsilon}\left(\frac{k^*}{h^*}\right)^{1-\varepsilon(1-\theta)}\right]} \tag{50}$$

(50)式に(47)式を代入することで，定常均衡における一人当たりの年金給付額は次のようになる。

$$p^* = \frac{\varphi(1-\eta)\tau(1-\tau)(1-\varepsilon)\left[\frac{\beta\varepsilon\pi q(1-\varepsilon)^{1-\theta}}{\varphi[1-\eta(1-\varepsilon)]\eta^{\theta}\tau^{\theta}}\right]^{\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon(1-\theta)}} h^*}{\pi\left[(1+\beta\pi+\varphi)q-(1-\eta)\tau\frac{\beta\pi q(1-\varepsilon)}{1-\eta(1-\varepsilon)}\right]} \tag{51}$$

(51)式は Cipriani (2014)と同様に，πの上昇すなわち人口の高齢化は一人当たりの年金給付額を減少させる効果を持つことを示している。他方で，人的資本の蓄積は一人当たりの年金給付額を増加させる効果を持つ。この結果は，後者の効果が前者の効果を上回る場合には，たとえ人口の高齢化が進んだとしても，一人当たりの年金給付額を減額することなく，年金制度を維持できることを意味している。

4. ディスカッション

本章においては，政府が公的な教育投資への支出配分の水準を引き上げた場合に，経済成長率に対してどのような影響を与えるかという点についての分析を行う。定常均衡においては，経済成長率について$\gamma^* = k_{t+1}/k_t = h_{t+1}/h_t$が成立する。人的資本の蓄積方程式(4)式を$h_t$で除すことにより，次式を得る。

$$\boldsymbol{\frac{h_{t+1}}{h_t} = \eta^{\theta}\tau^{\theta}(1-\varepsilon)^{\theta}\left(\frac{k_t}{h_t}\right)^{\varepsilon\theta}} \tag{52}$$

(47)式と(52)式を用いることによって，定常均衡における均斉成長率を次のように表すことができる。

$$\boldsymbol{\gamma^* = \eta^{\frac{\theta(1-\varepsilon)}{1-\varepsilon(1-\theta)}}\tau^{\frac{\theta(1-\varepsilon)}{1-\varepsilon(1-\theta)}}(1-\varepsilon)^{\frac{\theta(1-\varepsilon)}{1-\varepsilon(1-\theta)}}\left(\frac{\beta\varepsilon\pi q(1-\varepsilon)}{\varphi[1-\eta(1-\varepsilon)]}\right)^{\frac{\varepsilon\theta}{1-\varepsilon(1-\theta)}}} \tag{53}$$

(53)式において，$\partial\gamma^*/\partial\eta > 0$が成立するため，政府がηの値を上昇させるならば，経済成長率は上昇する。つまり，(53)式は政府が公的な教育投資への拠出を増やすことにより，人的資本の蓄積が促されることで経済成長率が上昇することを示している。経済成長率の上昇は一人当たりの所得水準を引き上げる効果をもたらす。経済成長率が上昇するのであれば，労働期の家計が政府に納める所得税額が増えることによって，政府の歳入は増加するであろう。(51)式は，人的資本の蓄積が十分進んだ場合において，たとえ高齢化が進展したとしても，一人当たりの年金給付額が増える可能性を示している。その結果の背景には(53)式が示すように，人的資本の蓄積が労働期の家計の労働生産性を高めることによって，経済成長率を引き上げる効果がある。

5. おわりに

本研究では，賦課方式の年金制度のもとで，少子高齢化の進展とともに，一人当たりの年金給付額が減少するという先行研究での結果に対して，政府はどのような政策を行うことによって，一人当たりの年金給付額を減らすことなく年金制度を維持できるかということを明らかにすることを目的として分析を行った。本研究の分析結果から，政府が公的な教育投資を行うことによって，たとえ高齢化が進展したとしても，一人当たりの年金給付額を減額することなく，年金制度を維持できる可能性があることが明らかとなった。なぜならば，人的資本が蓄積することによって労働期の家計がより効率的な労働供給をできるようになることが，経済成長率を引き上げる効果をもたらすからである。所得税率が一定であるならば，家計の稼得所得の増加は，政府の税収が増えることを意味し，その結果，人的資本の蓄積は一人当たりの年金給付額を増やすことに繋がるからである。本研究では，出生率が外生的に与えられる場合と，家計が内生的に決定する場合の二つの状況下において，政府の行う公的な教育投資の効果を分析した。本研究の結果は，少子高齢化の進展する経済において一人当たりの年金給付額を減らすことなく，賦課方式の年金制度を維持するためには，公的な教育投資を行うことによって，人的資本の蓄積を促すことが重要であることを示唆している。

本研究では，人口の高齢化が進展したとしても，一人当たりの年金給付額を減らすことなく，賦課方式の年金制度を維持するためには，政府はどのような政策を行うべきかという問いに対して解答を付すための分析を行った。しかし，本研究では政府の予算は均衡していることを仮定している。現実の経済においては，少子高齢化の進展に伴って政策経費を新規国債の発行に頼らざるを得ない状況が考えられる。そのような経済においては，年金制度だけでなく，安定的な政策運営を持続的に行うために，財政の持続可能性についても考慮する必要があるだろう。したがって，政府が税収と国債発行による財源を歳入として，政策を行う経済を仮定した分析が望まれよう。少子高齢化が進展した場合に，政府はどのような政策を行うべきかという点を分析することは，高齢化という長寿リスクに関する研究の発展に有益であると考えられる。

参考文献

Boeri T, Börsch-Supan A, Tabellini G, (2001), Would you like to shrink the welfare state? A survey of European citizens, *Economic Policy,* 16, pp.7-50.

Boldrin M and Jones LE, (2002) Mortality, fertility, and saving in a Malthusian economy, *Review of Economic Dynamics*, 5, pp.775-814.

Cigno, A, (1993), Intergenerational Transfers without Altruism: Family, Market and State, *European Journal of Political Economy*, 9, pp.505-18.

Cigno, A. and F.C. Rosati, (1996) Jointly determined saving and fertility behavior: Theory, and estimates for Germany, Italy, UK and USA, *European Economic Review*, 40, pp.1561–1589.

Cipriani GP, (2014), Population aging and PAYG pensions in the OLG model. *Journal of Population Economics,* 27, pp.251-256.

Cipriani GP, (2012), PAYG pensions and human capital accumulation: some unpleasant arithmetic, *The Manchester School*, 80, pp.429-446.

Fanti L, and Gori L, (2012), Fertility and PAYG pensions in the overlapping generations Model. *Journal of Population Economics*, 25, pp.955-961.

Glomm G, and Kaganovich M, (2003), Distribution effects of public education in an economy with public pensions, *International Economic Review*, 44, pp.917-937.

Glomm G, and Kaganovich M, (2008), Social security, public education and the growth–inequality relationship, *European Economic Review*, 52, pp.1009-1034.

Kaganovich, M, and Meier, V, (2012), Social Security Systems, Human Capital, and Growth in a Small Open Economy, *Journal of Public Economic Theory*, 14, pp.573-600.

Kaganovich, M, and Zilcha, I, (1999), Education, social security, and growth, *Journal of Public Economics*, 71, pp.289-309.

Omori, T, (2009), Effects of public education and social security on fertility, *Journal of Population Economics*, 22, pp.585-601.

Sinn, H.-W, (2004), The Pay-As-You-Go Pension System As a Fertility Insurance and Enforcement Device, *Journal of Public Economics,* 88, pp.1335-57.

van Groezen, B., T. Leers, and L. Meijdam, (2003), Social Security and Endogenous Fertility: Pension and Child Allowances as Siamese Twins, *Journal of Public Economics,* 87, 233-51

Wigger BU (1999), Pay-as-you-go financed public pensions in a model of endogenous growth and fertility, *Journal of Population Economics*, 12, pp.625-640

Zhang, J. (1995), Social security and endogenous growth, *Journal of Public Economics*, 58, pp.185–213.