

# 高齢化時代における保険設計と経済学的効果に関する研究\*

水島 淳恵<sup>†</sup>

2022年8月

## 概要

人口構造の高齢化は、引退後（老後）の生活時間を増加させるため、その期間をどのように過ごすのが人々の効用に大きな影響を及ぼす。Waldinger (2015) によると、良好な人間関係（コミュニケーション）は、幸せで健康的な生活をもたらすが、多くの人々が「社会とのつながり」に不安を抱いている（朝日新聞 (2021)）。Waldinger (2015) によると、良好な人間関係（コミュニケーション）は、幸せで健康的な生活をもたらすが、多くの人々が「社会とのつながり」に不安を抱いている（朝日新聞 (2021)）。「社会とのつながり」は日頃の間関係の構築によって実現されるものであるが、若い頃より人間関係を構築する努力を蔑ろにした結果、老後に親しい友人・仲間をほとんど持っていないと感じる人も一定数存在しており（内閣府 (2021)）、この傾向は、高齢化の深化とともに増加してゆくことが予測できる。そこで本稿ではこれまであまり検討されてなかった老後のコミュニケーションリスク（老後によい人間関係を構築できないかもしれないというリスク）に注目した。そして、まず、コミュニケーションリスクを回避する保険を設計し、次に、コミュニケーションリスク回避の保険がマクロ経済に与える影響を分析した。分析の結果、ライフサイクル保険は、経済の資本蓄積水準を増加させるが、コミュニケーション構築のための努力を低下させることを明らかにした。

キーワード: 高齢化, ライフサイクル保険, 情報の非対称性, costly state verification

Classification Numbers: D31; H41; H42

## 1 はじめに

我が国において、総人口に占める 65 歳以上人口の割合は、昭和 25 年 (1950 年) には 5% に満たなかったが、昭和 45 年 (1970 年) 7%, 平成 6 年 (1994 年) 14%, 令和 3 年度 (2021 年度) 28.9% と右肩上がりに増加している。一方 15 ~ 64 歳人口は平成 7 年 (1995 年) にピークを迎え、その後減少に転じていることより、我が国における人口構造は年々高齢化していることは明白である。人々は年齢を重ねてゆくにつれ、身体的に衰え、所得も限られてくるため、人口構造の高齢化は将来の生活に不安を有する人々を増加させる<sup>1</sup>。老後の不安としては、健康不安、経済不安、介護不安が主要不安としてあげ

\*本研究はかんぽ財団の助成をうけたものである。すべての間違いは著者の責任である。

<sup>†</sup>小樽商科大学商学部経済学科, 〒 047-8501 小樽市緑 3-5-21, E-mail: mizushima@res.otaru-uc.ac.jp

<sup>1</sup>生命保険文化センターの調査では 84.4%(生活保険文化センター (2022)), 朝日新聞の調査では 97% の割合の人が将来不安を感じている (朝日新聞 (2021))。

られるが<sup>2</sup>, 人々の不安要素を解消するため, 様々な 医療保険・介護保険・個人年金の保険商品が開発され, 保険契約数は人口構造の高齢化に比例して増加してきた (医療保険: 3370 万件 (2015) 3677 万件 (2017) 4048 万件 (2019), 個人年金保険: 2075 万件 (2015) 2148 万件 (2017) 2123 万件 (2019)(生命保険協会 (2022)).

高齢化の深化は, 引退後の生活期間を増加させるため, 人々の老後の暮らし方「生きがい」にも注目が集まっている. ハーバード大学成人発達研究所 (Harvard Study of Adult Development) は, 75 年におよぶ追跡調査の結果, 「健康で幸福な人生を送るのに必要なのは, 富や名声・がむしゃらに働くことではなく, よい人間関係である」との研究結果を発表した. 同研究では, よい人間関係を構築している人 (社会とつながっている人) は幸せで健康であるということも明らかにしている (Waldinger (2015) L.Mineo (2017)). しかし, 朝日新聞の調査では, 調査対象の 33% が「社会とのつながり」に関する不安を抱いている (朝日新聞 (2021)). 高齢者白書によると, 65 歳以上で「生きがい (喜びや楽しみ) を感じる」との回答は 72.3% であり, 親しくしている友人・仲間を, より多く持っている回答した人ほど, 生きがいを「十分感じている」と回答している ((内閣府 (2022))<sup>3</sup>). それ故, 人口構造が高齢化し, 平均的な寿命が延びれば延びるほど, 人間関係 (以下コミュニケーションと参照) の構築が, 老後の生活の質に大きな影響を及ぼすことになるといえる. その一方, 良好なコミュニケーションを構築出来るかどうか分からないという不確実性も人口構造の高齢化とともに深化することになる.

これまで, Yaari (1965) をはじめとして老後の健康不安, 経済不安, 介護不安の不確実性解消の手段として, 様々な年金・医療保険に関する研究がなされてきた (Cottle Hunt and Caliendo (2022) を参照されたい). しかしながら, 老後のコミュニケーションリスクに関しては, 著者の知る限り議論されることがなかった. そこで本稿では, これまで議論されることのなかった老後のコミュニケーションリスクに注目し, コミュニケーションリスクを回避する保険設計について検討し, 保険契約を締結することにより, 個人の意思決定がどのように変化するのか, その結果, マクロ経済にどのような影響を与えるのかを解明する. こうした目的の, 本稿では老後の生存確率, およびコミュニケーションリスクを内包した 2 期間の世代重複モデルを用いる. そして, 若年期のコミュニケーション構築の努力が老年期のコミュニケーション構築に影響を与えると仮定し, モデルを構築する. モデ

<sup>2</sup>セコムによる「老後不安に関する意識調査」では調査対象者の 77.1% が老後の健康不安, 71.6% が経済的な負担, 48.4% が介護に関する不安を有している (セコム (2020)). また他の調査でも将来不安としては同様の項目に強い不安を有している (内閣府 (2021)).

<sup>3</sup>そのうち近所の人との付き合い方としては, 「挨拶をする」は 82.8% であるが, 「ちょっと立ち話をする」や「物をあげたりもらったりする」はそれぞれ 57.3%, 50.8% となる. 加えて「親しくしている友人・仲間をどの程度持っているか」に関しては, たくさん・普通に持っていると感じるは 44.4% であり, ほとんど持っていない・持っていないと感じるは 19.8% である. また, 高齢者白書 (2021) によると, 65 歳以上で過去 1 年間で健康・スポーツ (体操, 歩こう会, ゲートボール等) や趣味 (俳句, 詩吟, 陶芸等) の社会活動に参加した割合は 51.6%, 親しくしている友人・仲間をたくさん・普通に持っていると感じる割合は 44.4% であり, ほとんど持っていない・持っていないと感じるは 19.8% である.

ルでは、若年期のコミュニケーション構築努力により、老後のコミュニケーションの程度が決定されるが、個人がどのようなコミュニケーションを構築しているのかは個人の私的情報であり、保険会社はその内容を知らないという、情報の非対称性を仮定し、情報の非対称性が存在するもとの、老後に良質のコミュニケーションが構築できなかった場合、コミュニケーション構築のための費用が補償されるというライフサイクル保険を検討する。そして、Salanié (2005), Rothschild and Stiglitz (1976) により発展してきた契約理論を用いて、保険契約が個人の行動の変化を通じてマクロ経済に与える影響を資本蓄積の観点から明にしてゆく。

本稿の構成は以下の通りである。まず第2節でモデルの定式化を行い、各経済主体の行動を説明する。第3節では、保険が存在しない経済の均衡を明らかにする。第4節では、保険が存在する経済の均衡を明らかにし、保険が存在する経済とそうではない経済の資本蓄積を比較する。そして、第5節でまとめと展望を示す。

## 2 モデル

本稿では企業、保険会社、家計から構成される2期間の世代重複モデルを構築する。時間は離散であり、 $t = 1, 2, \dots$  である。人口は每期一定  $N_t$  とする。

### 企業

企業は家計から労働を雇用し、資本をレンタルすることで最終財を生産する。 $t$  期の生産  $y_t$  は資本ストック  $k_t$ 、労働  $l_t$  を用いて次の生産関数のもとで生産を行う。

$$y_t = Ak_t^\alpha l_t^{1-\alpha}, \quad \alpha \in (0, 1),$$

$A$  は技術を表すパラメーターであり、非負の変数である。資本は1期で100%減耗し、 $l_t = 1$  であると仮定する。企業は利潤最大化を求めて行動するため、完全競争下では限界生産性原理が働くので、要素価格は下記の通りである。

$$w_t = (1 - \alpha)Ak_t^{1-\alpha}, \quad R_t = \alpha Ak_t^{\alpha-1} \quad (1)$$

### 保険会社

保険会社は、老年期のコミュニケーションリスクに対する保険を提供する。 $t$  期に保険会社は若年者と保険料  $a_t$ 、保険給付  $Q_{t+1}$ 、ペナルティ  $\psi_{t+1}$ 、保険調査費用  $\chi$  から構成される保険契約  $\Gamma_t = (a_t, Q_{t+1}, \psi_{t+1}; \chi)$  を締結する。 $t$  期に支払われた保険料  $a_t$  は、資本市場にて運用され、 $t + 1$  期

(老年期)にコミュニケーションが構築ができていない契約者へ保険給付  $Q_{t+1}$  として支払われるが、その用途はコミュニケーション構築を目的とした支出(スポーツクラブや文化サークル等への参加費)に限定される。保険会社と契約者の間には情報の非対称性が存在し、契約者がどのようなコミュニケーションを構築しているのかは契約者の私的情報であり、保険契約者には判らない。そのため、保険契約者は保険対象ではないにも関わらず、保険請求をする可能性が考えられる。そこで、保険会社は  $t$  期に締結した契約に関し、保険請求が発生する  $t + 1$  期に一定の費用  $\chi$  を支払うことにより、私的情報を観察可能 (costly state verification) であり (Townsend (1979), Williamson (1986), Bernanke and Gertler (1989), Bhattacharya (1997) 等), 保険契約者が保険会社に嘘の申告をしたことが発覚した場合には保険会社は契約者にペナルティ  $\psi_{t+1}$  を契約者に課することができる。

## 家計

$t$  期に生まれた個人(世代  $t$ ) は、若年期  $t$  期と老年期  $t + 1$  期の2期間生きる。しかし、個人が老年期の期初、子供を有した後に死亡する確率を  $1 - p$ , 個人が老年期を生き延びる確率を  $p \in (0, 1)$  と仮定する。初期  $t = 1$  期には世代  $t = 1$  のほか、老年期のみを生きる世代  $t = 0$  が存在し、世代  $0$  は初期に保有している  $k_0$  単位の資本リターンを消費にあてる。すべての家計において労働を提供できるのは若年期のみであり、若年期は労働を提供し賃金を獲得し、コミュニケーション構築のためにエフォート(努力)  $e_t$  を行う。賃金は若年期の消費  $c_t$  と老年期の消費のために貯蓄  $s_t$  される。貯蓄は Annuity 市場で運用され、個人が老年期に死亡したならば死亡した個人の貯蓄は生存している個人の間で分配される (Yaari (1965)), Blanchard (1985)). 老年期は労働を行わず、若年期からの貯蓄を取り崩して消費  $c_{t+1}$  する。ただし、老年期の消費水準は個人がよいコミュニケーションを構築できている場合  $c_{t+1}^g = c_{t+1} C_{t+1}^g$  と、そうでない場合  $c_{t+1}^b = c_{t+1} C_{t+1}^b$  で異なるとしよう。  $C_{t+1}$  は平均消費水準であり、よいコミュニケーションを構築できている場合は正の外部性  $\gamma > 0$ , そうではない場合負の外部性  $\eta < 0$  を享受する。老年期によりコミュニケーションを構築できるかどうかは、若年期にコミュニケーション構築のエフォート  $e_t$  に依存する。若年期に努力により老年期によりコミュニケーションが構築できる確率は  $\pi(e_t) \in (0, 1)$ ,  $\pi'(e_t) > 0$ ,  $\pi''(e_t) < 0$ ,  $\lim_{e_t \rightarrow 0} \pi(e_t) = 0$ , and  $\lim_{e_t \rightarrow \infty} \pi(e_t) = 1$  である。コミュニケーション構築のためのエフォートには精神的なコスト  $\frac{1}{2}e_t^2$  が伴うと仮定すると、個人の効用は下記のように定義出来る。

$$EU = \ln c_t - \frac{1}{2}e_t^2 + p[\pi(e_t) \ln c_{t+1}^g + (1 - \pi(e_t))(\ln c_{t+1}^b + \mu \ln Q_{t+1})] \quad (2)$$

$\mu = n\{0, 1\}$  は保険契約を行うかどうかを示すパラメーターであり、保険契約を行う場合は  $\mu = 1$ , 保険契約を行わない場合は  $\mu = 0$  である。個人は若年期の所得を若年期の消費、貯蓄そして保険料

に分配し、老年期には貯蓄のリターンをすべて消費するとすると、個人の予算制約は下記となる。

$$c_t = w_t - \mu a_t - s_t, \quad (3)$$

$$c_{t+1} = \frac{1 + r_{t+1}}{p} s_t. \quad (4)$$

### 3 保険が存在しない経済

この節では、保険が存在しない経済の均衡を導出し、保険が資本蓄積に与える影響を明らかにする。

#### 家計の最適化問題

まずベンチマークモデルとして保険が存在しない経済の均衡を考察しよう。保険がない場合は  $\mu = 0$  であり、個人は効用 (2) を予算制約 (3) と (4) のもとで最大化する。一階条件より、貯蓄水準とエフォートは下記である。

$$s_t = \frac{p}{1+p} w_t, \quad (5)$$

$$e_t = p\pi'(e_t)(\ln c_{t+1}^g - \ln c_{t+1}^b). \quad (6)$$

高齢化の深化に伴い、人々は老後の生活に備えて貯蓄を行う誘因が高くなる。こうした誘因は予備的動機による貯蓄の上昇として知られており、生存確率  $p$  の上昇は、貯蓄率は増加させる。

#### 均衡

資本は1期で100%減耗すると仮定すると、財市場では、 $t$ 期の貯蓄および保険料が $t+1$ 期の物的資本となる。人口成長は一定であることを考慮すると、財市場の均衡条件は次式で与えられる。

$$k_{t+1} = s_t + \mu a_t. \quad (7)$$

#### 定義1

この経済の均衡は、各期  $t = 1, 2, \dots$  において次の条件を満たす、 $t = 1$  から無限の将来  $t = \infty$  までの一組の内生変数の系列  $c_{t+1}^g, c_t^{t-1}, k_t, l_t, y_t, w_t, r_t$  からなる。すなわち、

- 家計が  $w_t, r_{t+1}$  を所与として、効用最大化問題を解く。
- 企業が  $r_t, w_t$  を所与として利潤最大化問題を解く。
- 財市場、労働市場、資本市場がクリアーする。

したがって保険が存在する経済における資本蓄積は, (1), (5) および (7) より次式となる.

$$k_{t+1} = \left(\frac{p}{1+p}\right)(1-\alpha)Ak_t^\alpha. \quad (8)$$

貯蓄水準がそのまま資本蓄積となるため, 高齢化の深化は資本蓄積を低下させることとなる.

## 補題 1

保険が存在しない経済における資本蓄積の定常値は,  $k^* = \left(\frac{p}{1+p}\right)(1-\alpha)A^{\frac{1}{1-\alpha}}$  であり, 生存確率  $p$  の上昇は定常での資本蓄積水準を増加させる.

## 4 保険が存在する経済

本節では, 保険契約が存在する経済を検討する.

### 保険契約

家計は,  $t$  期に保険会社と保険会社の保険調査費用  $\chi$  を所与として,  $t$  期の保険料  $a_t$ ,  $t+1$  期の保険給付  $Q_{t+1}$  およびペナルティ  $\psi_{t+1}$  から構成される保険契約  $\Gamma_t = (q_t, Q_{t+1}, \psi_{t+1}; \chi)$  を締結する. 保険契約  $\Gamma_t$  は個人の老年期の期待効用

$$\max E_t U_{t+1} = p[\pi(e_t) \ln c_{t+1}^g + (1-\pi(e_t))(\ln c_{t+1}^b + \ln Q_{t+1})] \quad (9)$$

を以下の制約の下で最大化させるものとなる.

$$c_{t+1} = \frac{1+r_{t+1}}{p}(w_t - a_t), \quad (10)$$

$$\ln c_{t+1}^g \geq \ln(c_{t+1}^g - \psi_{t+1}), \quad (11)$$

$$w_t \geq a_t, \quad (12)$$

$$(1+r_{t+1})s_t - \psi_{t+1} \leq 0, \quad (13)$$

$$(1+r_{t+1})a_t - p(1-\pi(e_t))((1+\chi)Q_{t+1}) \leq 0, \quad (14)$$

$$p\pi(e_t) \ln c_{t+1}^{g,in} + p(1-\pi(e_t))(\ln c_{t+1}^{b,in} + \ln Q_{t+1}) \leq p\pi(e_t) \ln c_{t+1}^g + p(1-\pi(e_t)) \ln c_{t+1}^b. \quad (15)$$

(10) は老年期の予算制約である. (11) は, 家計の動機整合性条件を示しており, 家計は保険給付にかんし, 不正な申告をするよりも, 正しく申告する方が効用が高くなる. (12) は保険料, (13) はペナルティに関する家計の有限責任性条件である. (14) は, 保険会社が保険市場に参加するための条件 (保険会社が個人からの保険請求に関しモニタリングを行うための費用  $\chi$  を支払った後でも非

負の期待利潤が得られること)である。(15)は誘因両立性条件を示しており、 $c_{t+1}^{i,in}$ ,  $i = g, b$ を保険が存在する場合の消費とすると、個人は保険契約を締結するほうが、保険契約を行わないよりも効用が高いことを示している。(9)を制約(10)から(15)のもとで最大化させると、保険料、給付金は下記で決定される<sup>4</sup>。

$$a_t = \frac{1 - \pi(e_t)}{2 - \pi(e_t)} w_t, \quad (16)$$

$$Q_{t+1} = \frac{(1 + r_{t+1})w_t}{p(1 + \chi)(2 - \pi(e_t))}. \quad (17)$$

良いコミュニケーションを構築できる確率  $\pi(e_t)$  が増えれば、保険によって老後の不確実性を共有する比率が減るため保険料は安くなる。保険会社と保険契約者の間で情報の非対称性が存在する場合には、モニタリング費用を払い保険請求を調査することになる。その結果、保険給付はモニタリング費用がない場合よりも減少する。社会全体としては、情報の非対称性を解消させる費用の分だけ、追加の費用を負担することとなる。

#### 4.1 家計の最適化問題と均衡

世代  $t$  の家計は  $t + 1$  期に給付される保険内容を見越して行動する。世代  $t$  は、効用(2)を予算制約(3), (4), (16)そして(17)のもとで最大化する。その結果、貯蓄率、努力水準は下記となる。<sup>5</sup>

$$s_t = \frac{p}{1 + p} \frac{1}{2 - \pi(e_t)} w_t, \quad (18)$$

$$e_t = p\pi'(e_t)(\ln c_{t+1}^g - \ln c_{t+1}^b) + [-p\pi'(e_t) \ln Q_{t+1} + p(1 - \pi(e_t))\left(\frac{\partial Q_{t+1}/\partial e_t}{Q_{t+1}}\right) + \frac{1}{c_t} \frac{\partial a_t}{\partial e_t}]. \quad (19)$$

生存確率  $p$  の増加および、老後にコミュニケーションが構築出来なく、消費の負の外部性が生じるかもしれないという不確実性  $\pi(e_t)$  は将来のために貯蓄を増加させようとする予備的動機の誘因となる。それ故、 $p$ ,  $\pi(e_t)$  の増加は貯蓄を増加させる。

(1), (7), (16), そして(18)より資本蓄積式は下記となる。

$$k_{t+1}^{in} = \left(\frac{p}{1 + p} \frac{1}{2 - \pi(e_t)} + \frac{1 - \pi(e_t)}{2 - \pi(e_t)}\right)(1 - \alpha)Ak_t^\alpha. \quad (20)$$

家計は将来の寿命やコミュニケーション構築の不確実性を回避する予備的な動機として貯蓄を行う。生存確率  $p$  の増加は資本蓄積を増加させるが、保険料には影響を及ぼさない。それ故、生存確率の増加は資本蓄積にプラスの影響を及ぼす。老後のコミュニケーション構築の不確実性  $\pi(e_t)$  の増加は、貯蓄水準を増加させる反面 保険契約料  $a_t$  を減少させる。

<sup>4</sup>導出は補題を参照されたい。

<sup>5</sup>導出は補題を参照されたい。

## 補題 2

保険が存在する経済における定常での資本蓄積水準は,  $(k^{in})^* = \left( \left( \frac{p}{1+p} \frac{1}{2-\pi(e_t)} + \frac{1-\pi(e_t)}{2-\pi(e_t)} \right) (1-\alpha)A \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$  である.

## 命題 1

1. 保険が存在する経済では, 保険が存在しない経済よりも定常での資本蓄積水準が高くなる.
2. 保険が存在する経済では, コミュニケーションを構築しようとするエフォート  $e_t$  は保険が存在しない経済よりも低くなる.

**証明** 補題を参照されたい.

保険が存在する経済では, コミュニケーション構築の不確実性を回避出来るため, 貯蓄水準は保険が存在しない経済よりも増加し, 資本蓄積にプラスの効果を与える. しかし, 不確実性  $\pi(e_t)$  の増加は保険契約料を低下させる. それ故, 貯蓄と保険料を加算した資本蓄積水準で比較すると, 保険が存在する経済におけるプラスの効果がマイナスの効果を上回ることとなり, 保険が存在する経済の方が高くなる. その結果, 保険が存在する経済の方が資本蓄積水準が高くなる. また, 個人は保険会社と保険契約を締結することにより, 将来のコミュニケーション構築に関する不確実性を解消させることができる. そのため, 保険はコミュニケーションの構築に対する不確実性を解消させる. その結果, 将来の不確実性に対し, 準備をしようとする誘因が低下することがから努力水準が低下する.

## 5 おわりに

人口構造の高齢化は, 引退後(老後)の時間を長くする. それ故, 引退後の時間をどのように過ごすかが人々の効用に大きな影響を及ぼす. 合理的な経済主体を考察する経済学では, 所得や社会的地位が人々の効用に大きな影響を及ぼすと考えるが, 引退後の生活を鑑みたときに現役時の所得や社会的地位は, 物質的な豊かさをもたらすには十分であるが, 精神的な豊かさとは言いがたい. 「人々を幸せにするのは何か?」我々が人生を考えると, 頭をよぎる問答ではあるが, 年齢を重ねるほど, 所得や社会的地位への執着は薄れていくように思われる. 事実, ハーバード成人発達研究所の 75 年にわたる追跡調査によると, (1) 良好な人間関係を構築している人はそうでない人よりも健康で長生き, (2) 関係性は量より質が大事, (3) 良好な人間関係は脳も守る, ということが明らかになっている (Waldinger (2015)).

我々は、年齢を重ねる毎に身体的に衰え、所得も限られるため、人口構造の高齢化は将来の生活に不安を有する人を増加させている。老後の不安として、健康不安・経済不安・介護不安が主要不安として挙げられる。それ故、こうした不安を解消するため社会保障制度や生命保険・介護保険・年金保険等にかんする多くの研究が経済学的にも社会的にも実施され、保険商品の開発や経済政策に応用されてきた。しかし、良好な人間関係が人々の行動原理や効用水準にどのような影響をあたえるかを解明した研究は著者が知る限り行われていない。そこで本稿では老後によい人間関係（コミュニケーション）が構築出来れば消費の正の外部性を享受することができるが、そうではない場合は負の外部性を享受すると仮定した。この仮定より、将来良好なコミュニケーションを構築できないかもしれないという不確実性が生じることとなり、その不確実性を解消する方法として、個人と保険会社の間でのライフサイクル保険 -老後に良好なコミュニケーションが構築できなかった場合にコミュニケーション構築の為に費用が給付される- を設計した。そして、保険契約を通じて個人の意思決定がどのように変化するのかを解明し、ライフサイクル保険がマクロ経済に与える影響を明らかにした。分析の結果、将来のコミュニケーション構築リスクを解消する保険は、コミュニケーション構築のための努力を低下させ、均衡での資本蓄積を増加させることを明らかにした。保険料は資金市場で運用されるため、保険が存在する経済の資本蓄積の増加は保険料が資本蓄積に貢献するためと考えられる。この構造は、積立方式の年金構造と類似する。積立方式の欠点は将来の物価変動にうまく対応できない点であるが、本稿で検討したライフサイクル保険も同様の懸念がある。本稿では物価変動は捨象したが、物価変動のリスクを考察することも発展研究として注目してゆきたい。また、異質な家計から構成される経済や、良好なコミュニケーションが健康水準に影響を及ぼすケース、のそれぞれにおいて、ライフサイクル保険を応用させ、人々の意思決定やマクロ経済変数（経済成長・社会厚生）に与える影響も解明してゆきたい。こうした分析を進めてゆくことにより、日本や先進国のみならず、今後高齢化を経験することになる東アジア諸国における高齢化政策の基礎的研究を提供することが期待出来る。

## 補題

### 保険契約

老年期の期待効用 (9) を予算制約 (10) から (15) のもとで最大化させるため、下記のラグランジュ関数を定義する：

$$\begin{aligned}
 L = & p\pi(e_t) \ln c_{t+1}^g + p(1 - \pi(e_t))(\ln c_{t+1}^b + \ln Q_{t+1}) + \lambda_1(\psi_{t+1}) + \lambda_2(w_t - a_t) \\
 & + \lambda_3((1 + r_{t+1})s_t - \psi_{t+1}) + \lambda_4((1 + r_{t+1})a_t - p(1 - \pi(e_t))((1 + \chi)Q_{t+1})) \\
 & + \lambda_5[p\pi(e_t) \ln c_{t+1}^{g,in} + p(1 - \pi(e_t))(\ln c_{t+1}^{b,in} + \ln Q_{t+1}) - p\pi(e_t) \ln c_{t+1}^g - p(1 - \pi(e_t)) \ln c_{t+1}^b]
 \end{aligned}$$

一階条件は、

$$\begin{aligned}
 \psi_{t+1} : & \lambda_1 - \lambda_3 = 0, \\
 a_t : & \frac{-p \frac{1+r_{t+1}}{p}}{\frac{1+r_{t+1}}{p}(w_t - a_t)} - \lambda_2 + \lambda_4(1 + r_{t+1}) + \lambda_5 \frac{-p \frac{1+r_{t+1}}{p}}{\frac{1+r_{t+1}}{p}(w_t - a_t)} = 0, \\
 Q_{t+1} : & \frac{p(1 - \pi(e_t))}{Q_{t+1}} - \lambda_4[p(1 - \pi(e_t))((1 + \chi))] + \lambda_5 \left[ \frac{p(1 - \pi(e_t))}{Q_{t+1}} \right] = 0, \\
 \lambda_1(\psi_{t+1}) & = 0, \\
 \lambda_2(w_t - a_t) & = 0, \\
 \lambda_3((1 + r_{t+1})s_t - \psi_{t+1}) & = 0, \\
 \lambda_4((1 + r_{t+1})a_t - p(1 - \pi(e_t))((1 + \chi)Q_{t+1})) & = 0, \\
 \lambda_5[p\pi(e_t) \ln c_{t+1}^{g,in} + p(1 - \pi(e_t))(\ln c_{t+1}^{b,in} + \ln Q_{t+1}) \\
 - p\pi(e_t) \ln c_{t+1}^g - p(1 - \pi(e_t)) \ln c_{t+1}^b] & = 0.
 \end{aligned}$$

$\psi_{t+1} > 0$ ,  $w_t - a_t > 0$ ,  $(1 + r_{t+1})s_t - \psi_{t+1} > 0$  より  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0$  よって以下が得られる。

$$\frac{p}{w_t - a_t} + \lambda_4(1 + r_{t+1}) + \lambda_5 \frac{p}{(w_t - a_t)} = 0, \quad (21)$$

$$\lambda_4 = (1 + \lambda_5) \frac{p}{(1 + r_{t+1})(w_t - a_t)} > 0, \quad (22)$$

$$(1 + \lambda_5) \frac{p(1 - \pi(e_t))}{Q_{t+1}} = \lambda_4[p(1 - \pi(e_t))((1 + \chi))]. \quad (23)$$

(22)(23) より、

$$\frac{1}{Q_{t+1}} = \frac{p}{(1 + r_{t+1})(w_t - a_t)}(1 + \chi) \quad (24)$$

また  $\lambda_4 > 0$  (21)(24) より

$$\begin{aligned}
 a_t & = \frac{(1 - \pi(e_t))}{(2 - \pi(e_t))} w_t, \\
 Q_{t+1} & = \frac{(1 + r_{t+1})w_t}{p(1 + \chi)(2 - \pi(e_t))}
 \end{aligned}$$

また  $\lambda_4 > 0$  (22) より  $\lambda_5 > 0$

$$\pi(e_t) \ln c_{t+1}^{g,in} + (1 - \pi(e_t))(\ln c_{t+1}^{b,in} + \ln Q_{t+1}) = \pi(e_t) \ln c_{t+1}^g + (1 - \pi(e_t)) \ln c_{t+1}^b. \quad (25)$$

## 効用最大化

個人の効用 (2) を予算制約 (3), (4), (16), (17) のもとで最大化させるため, 下記のラグランジュ乗数を定義する.

$$\begin{aligned} L = & \ln c_t - \frac{1}{2}e_t^2 + p[\pi(e_t) \ln c_{t+1}^g + (1 - \pi(e_t))(\ln c_{t+1}^b + \mu \ln \frac{(1 + r_{t+1})w_t}{p(1 + \chi)(2 - \pi(e_t))}) \\ & + \lambda(w_t - \mu \frac{(1 - \pi(e_t))}{(2 - \pi(e_t))}w_t - c_t - \frac{p}{1 + r_{t+1}}c_{t+1}) \end{aligned}$$

保険がないとき:  $\mu = 0$

一階条件は

$$\begin{aligned} \frac{c_{t+1}}{c_t} &= 1 + r_{t+1}, \\ e_t &= p\pi'(e_t)(\ln c_{t+1}^g - \ln c_{t+1}^b). \end{aligned}$$

(3), (4) より

$$\begin{aligned} s_t &= \frac{p}{1 + p}w_t, \\ c_t &= \frac{1}{1 + p}w_t. \end{aligned}$$

保険がないとき:  $\mu = 1$

一階条件は

$$\begin{aligned} \frac{c_{t+1}}{c_t} &= 1 + r_{t+1}, \\ e_t &= p\pi'(e_t)(\ln c_{t+1}^g \ln c_{t+1}^b) + [-p\pi'(e_t) \ln Q_{t+1} + p(1 - \pi(e_t)) \frac{\partial Q_{t+1}/\partial e_t}{Q_{t+1}}] + \lambda \frac{\partial a_t}{\partial e_t} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_t &= \frac{p}{1 + p} \frac{1}{2 - \pi(e_t)} w_t \\ c_t &= \frac{1}{1 + p} \frac{1}{2 - \pi(e_t)} w_t \end{aligned}$$

## 命題 1 の証明

(6), (19) より, それぞれ左辺は努力水準の限界効用, 右辺は努力水準の限界費用を表している. 限界効用は同水準でめ, 右辺の水準を比較する. (19) を書き換えると,

$$p\pi'(e_t)\left[\ln \frac{c_{t+1}^g}{c_{t+1}^b} - \ln Q_{t+1}\right] + p(1 - \pi(e_t))\frac{dQ_{t+1}/de_t}{Q_{t+1}} + \frac{1}{c_t} \frac{da_t}{de_t}$$

$\lambda_5 \geq 0$  より

$$\ln \frac{c_{t+1}^{g,in}}{c_{t+1}^{b,in}} - \ln Q_{t+1} = \frac{1}{\pi(e_t)} \left[ \pi(e_t) \ln \frac{c_{t+1}^g}{c_{t+1}^b} + \ln c_{t+1}^b - \ln c_{t+1}^{b,in} - \ln Q_{t+1} \right]$$

となる, これを上式に代入すると,

$$\frac{p\pi'(e_t)}{\pi(e_t)} \left[ \pi(e_t) \ln \frac{c_{t+1}^g}{c_{t+1}^b} + \ln \frac{c_{t+1}^b}{c_{t+1}^{b,in}} - \ln Q_{t+1} \right] + p(1 - \pi(e_t))\frac{dQ_{t+1}/de_t}{Q_{t+1}} + \frac{1}{c_t} \frac{da_t}{de_t}$$

$$\begin{aligned} & \frac{p\pi'(e_t)}{\pi(e_t)} \left[ \ln \frac{c_{t+1}^b}{c_{t+1}^{b,in}} - \ln Q_{t+1} \right] + p(1 - \pi(e_t))\frac{dQ_{t+1}/de_t}{Q_{t+1}} + \frac{1}{c_t} \frac{da_t}{de_t} \\ &= \frac{p\pi'(e_t)}{\pi(e_t)} \ln \frac{p(1 + \chi)(2 - \pi(e_t))^2}{(1 + r_{t+1})w_t} + \frac{\pi'(e_t)}{(2 - \pi(e_t))^2} [-p] < 0 \end{aligned}$$

右辺は  $\lim_{e_t \rightarrow 0} = \infty$ ,  $\lim_{e_t \rightarrow \infty} = 0$  であることを考慮すると, 保険がある経済における限界費用曲線は保険がない経済の限界費用曲線より低くなる. 限界効用は同一であることを考慮すると, 均衡で決定される努力水準は  $e_t > e_t^{in}$  となる.

## 参考文献

## References

- 朝日新聞(1989): “「老後の備え」アンケート結果,” *Re ライフ*,  
<https://www.asahi.com/relife/article/14351367>(参照 2022.8).
- 生命保険協会 (2022): “生命保険の動向 (2021 年度版),” 一般社団法人生命保険協会, <https://www.seiho.or.jp/data/statistics/trend/> (参照 2022.8).
- 生命保険文化センター (2022): “老後の生活にどれくらい不安を感じている?,” ひと目でわかる生活設計情報, <https://www.jili.or.jp/lifeplan/lifesecurity/1157.html>(参照 2022.8).
- セコム(2020): “老後の不安に関する意識調査,”  
[https://www.secom.co.jp/corporate/release/2020/pdf\\_DL/nr20200908.pdf](https://www.secom.co.jp/corporate/release/2020/pdf_DL/nr20200908.pdf).
- 内閣府(2021): “高齢者の生活に関する意識,” 令和 2 年度版高齢者白書.
- BERNANKE, B., AND M. GERTLER (1989): “Agency Costs, Net Worth, and Business Fluctuations,” *American Economic Review*, 79(1), 14–31.
- BHATTACHARYA, J. (1997): “Credit market imperfections, income distribution, and capital accumulation,” *Economic Theory*, 11(1), 171–200.

- BLANCHARD, O. J. (1985): “Debt, Deficits, and Finite Horizons, ” *Journal of Political Economy*, 93(2), 223–47.
- COTTLE HUNT, E., AND F. N. CALIENDO (2022): “Social security and risk sharing: A survey of four decades of economic analysis, ” *Journal of Economic Surveys*, pp. 1–19.
- MINEO L. (2017): “Good genes are nice, but joy is better, ” *The Harvard Gazette*, <https://news.harvard.edu/gazette/story/2017/04/over-nearly-80-years-harvard-study-has-been-showing-how-to-live-a-healthy-and-happy-life/>.
- ROTHSCHILD, M., AND J. E. STIGLITZ (1976): “Equilibrium in Competitive Insurance Markets: An Essay on the Economics of Imperfect Information, ” *The Quarterly Journal of Economics*, 90(4), 630–49.
- SALANIÉ, B. (2005): “The Economics of Contracts: A Primer, 2nd Edition”.
- TOWNSEND, R. M. (1979): “Optimal contracts and competitive markets with costly state verification, ” *Journal of Economic Theory*, 21(2), 265–293.
- WALDINGER, R. (2015): “What makes a good life? Lessons from the longest study on happiness, ” *Ted*.
- WILLIAMSON, S. D. (1986): “Costly Monitoring, financial intermediation, and Equilibrium Credit Rationing, ” *Journal of Monetary Economics*, 18(2), 157–179.
- YAARI, M. E. (1965): “Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer, ” *Review of Economic Studies*, 32(2), 137–150.